

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 5xe^{-x}$ .  
On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé.

**Affirmation 1 :**

L'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe  $C_f$ .

**Affirmation 2 :**

La fonction  $f$  est solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle (E) :  $y' + y = 5e^{-x}$ .

2. On considère les suites  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  et  $(w_n)$ , telles que, pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_n \leq v_n \leq w_n.$$

De plus, la suite  $(u_n)$  converge vers  $-1$  et la suite  $(w_n)$  converge vers  $1$ .

**Affirmation 3 :**

La suite  $(v_n)$  converge vers un nombre réel  $\ell$  appartenant à l'intervalle  $[-1; 1]$ .

On suppose de plus que la suite  $(u_n)$  est croissante et que la suite  $(w_n)$  est décroissante.

**Affirmation 4 :**

Pour tout entier naturel  $n$ , on a alors :  $u_0 \leq v_n \leq w_0$ .