Partie A

Un artisan crée des bonbons au chocolat dont la forme rappelle le profil de la montage locale représentée en **Figure 1**. La base d'un tel bonbon est modélisée par la surface grisée, définie ci-dessous dans un repère orthonormé d'unité 2 cm (**Figure 2**).

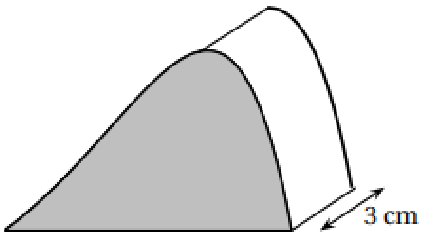

Figure 1

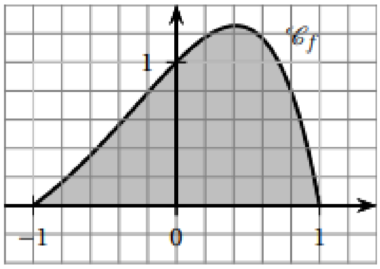

Figure 2

Cette surface est délimitée par l'axe des abscisses et la représentation graphique notée $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur $[-1\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \left(1 - x^2\right) \mathrm{e}^{x}.$$

L'objectif de cette partie est de calculer le volume de chocolat nécessaire à la fabrication d'un bonbon au chocolat.

1. **a.** Justifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1\,;\,1]$ on a $f(x) \geqslant 0$.

   b. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que :

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_{-1}^{1} x\,\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x.$$

2. Le volume $\mathscr{V}$ de chocolat, en cm³, nécessaire à la fabrication d'un bonbon est donné par :

$$\mathscr{V} = 3 \times S$$

où S est l'aire, en cm², de la surface colorée (**Figure 2**).
En déduire que ce volume $\mathscr{V}$, arrondi à 0,1 cm³ près, est égal à 4,4 cm³.