

Partie B : étude d'un modèle continu.

Alain décide de faire appel à un bureau d'études spécialisées. Celui-ci utilise un modèle continu pour décrire le taux de chlore dans la piscine.

Dans ce modèle, pour une durée x (en jours écoulés à compter du mercredi 19 juin), $f(x)$ représente le taux de chlore, en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$, dans la piscine.

On admet que la fonction f est solution de l'équation différentielle $(E) : y' = -0,08y + \frac{q}{50}$, où q est la quantité de chlore, en gramme, rajoutée dans la piscine chaque jour.

1. Justifier que la fonction f est de la forme $f(x) = Ce^{-0,08x} + \frac{q}{4}$ où C est une constante réelle.
2.
 - a. Exprimer en fonction de q la limite de f en $+\infty$.
 - b. On rappelle que le taux de chlore observé le mercredi 19 juin est égal à $0,7 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.
On souhaite que le taux de chlore se stabilise à long terme autour de $2 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.
Déterminer les valeurs de C et q afin que ces deux conditions soient respectées.