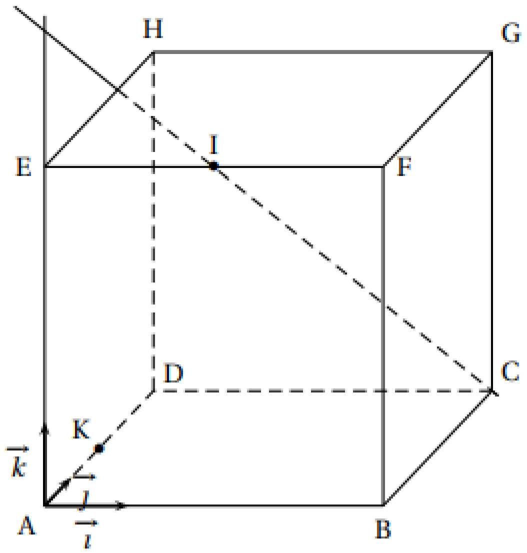
On considère un repère orthonormé $\left(A ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ de l'espace dans lequel on place les points

$$B(4;0;0), \quad D(0;4;0), \quad E(0;0;4)$$

et les points C, F, G et H de sorte que le solide ABCDEFGH soit un cube.



1. Donner les coordonnées des points C, F, G et H.
2. On considère le point I milieu de l'arête [EF].

   Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IC) est donnée par :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x & = & 2+2t \\ y & = & 4t \\ z & = & 4-4t \end{array}\right. \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$

3. On désigne par $\mathscr{P}$ le plan orthogonal à la droite (IC) passant par le point G, et par J l'intersection de $\mathscr{P}$ avec (IC).
   - **a.** Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$ est donnée par :

$$x+2y-2z-4=0.$$

   - **b.** Justifier que J a pour coordonnées $\left(\frac{28}{9} ; \frac{20}{9} ; \frac{16}{9}\right)$.

     Que représente J par rapport à C ?
   - **c.** Vérifier que le point K(0; 2; 0) appartient au plan $\mathscr{P}$.
   - **d.** Justifier que (BK) est l'intersection des plans $\mathscr{P}$ et (ABC).

4. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule $V = \dfrac{B \times h}{3}$, où B est l'aire d'une base et h la longueur de la hauteur relative à cette base.

a. Déterminer le volume de la pyramide CBKG.

b. En déduire que l'aire du triangle BKG est égale à 12.

c. Justifier que la droite (BG) est incluse dans $\mathscr{P}$.

d. On note I$'$ un point de l'arête [EF], et P' le plan orthogonal à la droite (I$'$ C) passant par G.

Peut-on affirmer que la droite (BG) est incluse dans P' ?