

Partie I

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y' + y = e^{-x}$$

1. Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = xe^{-x}$.
Vérifier que la fonction u est une solution de l'équation différentielle (E) .
2. On considère l'équation différentielle $(E') : y' + y = 0$.
Résoudre l'équation différentielle (E') sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E) sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer l'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 2$.

Partie II

Dans cette partie, k est un nombre réel fixé que l'on cherche à déterminer.

On considère la fonction f_k définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_k(x) = (x + k)e^{-x}.$$

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = e^{-x}.$$

On note C_k la courbe représentative de la fonction f_k dans un repère orthogonal et C la courbe représentative de la fonction h .

On a représenté sur le graphique en annexe les courbes C_k et C sans indiquer les unités sur les axes ni le nom des courbes.

1. Sur le graphique en annexe à rendre avec la copie, l'une des courbes est en traits pointillés, l'autre est en trait plein. Laquelle est la courbe C ?
2. En expliquant la démarche utilisée, déterminer la valeur du nombre réel k et placer sur l'annexe à rendre avec la copie l'unité sur chacun des axes du graphique.

Annexe