Devoir commun de MATHÉMATIQUES

Mars 2008 Durée 1H50

La ***calculatrice personnelle*** est ***autorisée***, mais ***aucun matériel ne peut être prêté ou emprunté au voisin***. La qualité de la rédaction et celle de la présentation constituent des éléments importants d'appréciation de la copie, qui seront notés sur 4 points (sur un total général de 40 points).

Pour respecter l'anonymat, seul le numéro de candidat doit figurer sur chaque copie*, y compris sur la* ***feuille annexe à joindre à la copie****.*

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points) :

EXERCICE 1 : Calculer la valeur exacte de A et B en détaillant les calculs sur la copie :

$$A = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{25} \qquad B = \frac{5\times10^{-4}}{15\times10^{5}} \times 10^{10}$$

EXERCICE 2 : On donne les trois nombres suivants :

$$C = \sqrt{200} - 4\sqrt{3} \times \sqrt{6} \qquad D = \left(\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^2 \qquad E = \left(7\sqrt{2} + 4\right)\left(7\sqrt{2} - 4\right)$$

a) Ecrire C sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier .
b) Développer et réduire D .
c) Montrer que E est un nombre entier .

EXERCICE 3 : Résoudre chaque équation :

$$\frac{x}{3} = \frac{27}{2} \qquad 5y + 4 = 3y - \frac{2}{5} \qquad (2t + 3)^2 - 4 = 0$$

EXERCICE 4 : On considère l' expression : $F = \left(4x + 1\right)^2 + \left(3x + 8\right)\left(4x + 1\right)$

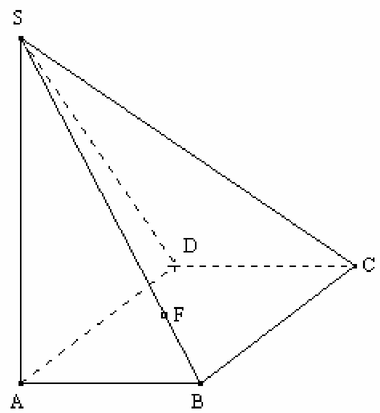
1) Développer et réduire l' expression F .
2) Factoriser l'expression F .
3) Résoudre l' équation $\left(4x + 1\right)\left(7x + 9\right) = 0$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points) :

EXERCICE 1 :

SABCD est une pyramide à base rectangulaire ABCD de hauteur [SA].
On donne SA = 15 cm , AB = 8 cm et BC = 11 cm.

1) Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ de la pyramide SABCD. (valeur exacte)
2) Démontrer que SB = 17 cm.
3) On appelle F le point de [SB] tel que SF = 13,6 cm .
On coupe la pyramide par le plan passant par F et parallèle à la base ABCD.
   a) Compléter, ***sur la feuille annexe jointe***, le dessin de la section de la pyramide par ce plan.
   b) La pyramide ainsi obtenue est une réduction de la pyramide SABCD . Quel est le coefficient de réduction ?
   En déduire le volume $\mathcal{V}_2$ de la pyramide réduite .



Ne pas compléter cette figure ici mais sur la feuille annexe (page n°3 du sujet)

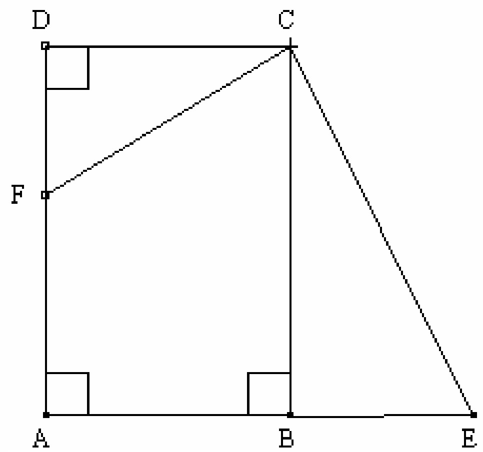
EXERCICE 2 :

IJK est un triangle tel que IJ = 9,6 cm , JK = 10,4 cm et IK = 4 cm .

1) Tracer le triangle en vraie grandeur à l'emplacement réservé de la feuille annexe jointe.
2) Démontrer que le triangle IJK est rectangle en I.
3) Déterminer la tangente de l'angle IKJ : en déduire la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{IKJ}$.
4) M est le point du segment [IJ] tel que IM = 7,2 cm ;
   N est le point du segment [IK] tel que IN = 3 cm.
   Compléter la figure déjà tracée à la question 1)
   a) Démontrer que les droites (MN) et (JK) sont parallèles .
   b) Calculer la distance MN .

PROBLÈME (12 points) :

- ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et BC= 10 cm .
- F est un point du segment [AD] et E est un point de la demi-droite [AB) n'appartenant pas au segment [AB] tel que BE = DF



Il n'est pas demandé de reproduire cette figure

A) Première partie

Dans cette partie, on a BE = DF = 5 cm .

1) Calculer les longueurs AE et AF .
2) Calculer l' aire du triangle BEC .
3) Calculer l' aire du triangle CDF et en déduire l' aire du quadrilatère ABCF .

B) Deuxième partie

Dans cette partie , on a maintenant **BE = DF =** x *(x est un nombre quelconque compris entre 0 et 10)*

1) Démontrer que l' aire du triangle BEC est égale à $5x$.
2) Exprimer l' aire du triangle CDF en fonction de x et démontrer qu'elle est égale à $60 - 3x$.
3) On considère la fonction f définie par $f(x) = 5x$.

Tracer la représentation graphique de la fonction f sur le quadrillage de la feuille annexe.
Tracer sur le quadrillage, un repère orthogonal dont l'origine sera en bas et à gauche de la feuille, et prendre 1cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1cm pour 5 unités sur l'axe des ordonnées.

4) On considère la fonction g définie par $g(x) = 60 - 3x$. Calculer $g(0)$ et $g(10)$.

Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le même repère que la fonction f.

5) Par lecture graphique, déterminer la valeur de x pour laquelle l' aire du triangle BEC et l'aire du quadrilatère ABCF sont égales. Justifier. Faire apparaître le trait justificatif.
6) Retrouver la réponse de la question précédente en écrivant une équation puis en la résolvant . Justifier.
7) Pour la valeur de x trouvée, calculer l' aire du triangle BEC et l' aire du quadrilatère ABCF .

(Cette partie du sujet doit être conservée par le candidat : ne pas la joindre à la copie)

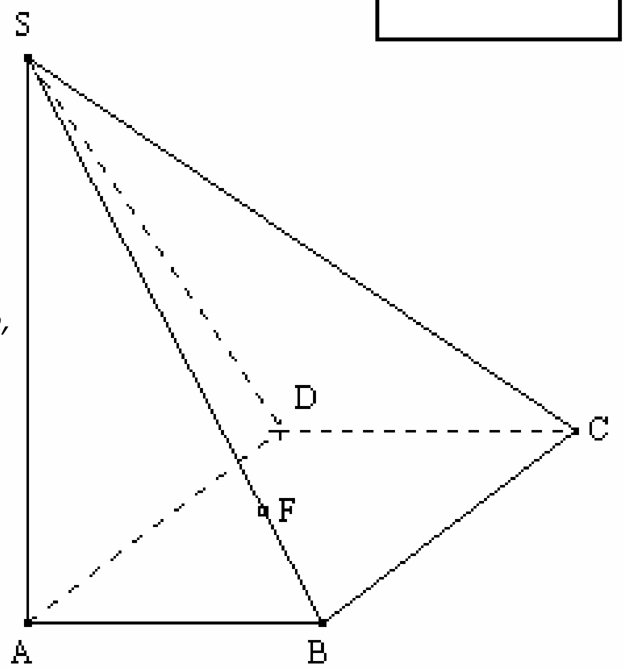
La feuille annexe qui suit doit être jointe à la copie

N° du candidat

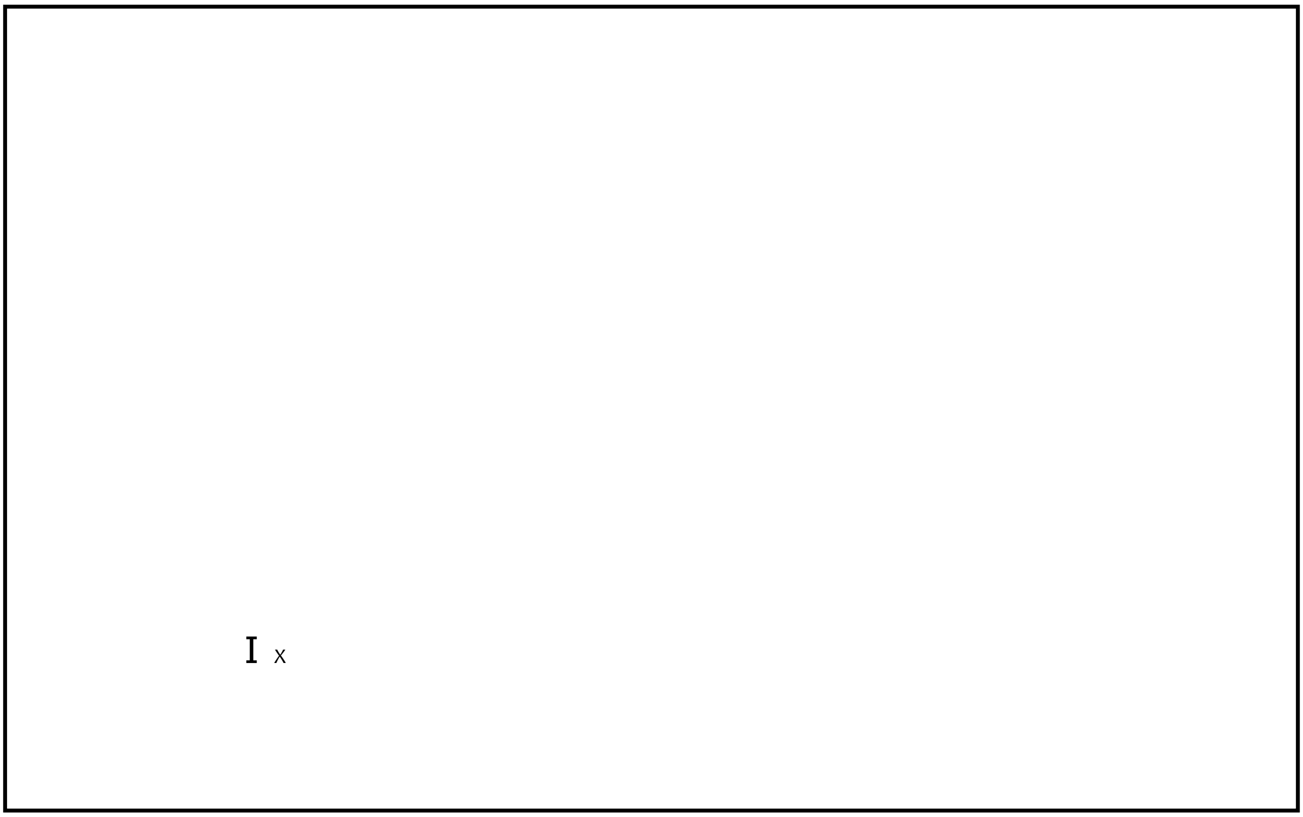
Feuille annexe <u>à joindre à la copie</u>

Activités Géométriques :

<u>EXERCICE 1 :</u>
Question 3) a)
Tracer, en utilisant la règle, aussi précisément que possible, sur la figure ci-contre, la section de la pyramide par un plan passant par F et parallèle à la base ABCD.



<u>EXERCICE 2 :</u>
Tracer le triangle IJK en vraie grandeur dans le cadre ci-dessous. Compléter ensuite la figure.



Quadrillage pour le repère orthogonal du **PROBLÈME**, **Deuxième partie**:

3) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère orthogonal.
4) Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le même repère que la fonction f.
5) Par lecture graphique, déterminer la valeur de x pour laquelle l' aire du triangle BEC et l'aire du quadrilatère ABCF sont égales. Faire apparaître le trait justificatif.

(**rappel : origine** du repère **en bas à gauche, 1cm pour 1 unité en abscisse, 1cm pour 5 unités en ordonnée**)