Exercice 1 :

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3. La suite (u_n) est-elle arithmétique?
2. On admet que $\forall n \geqslant 0$, $u_n > 0$. Soit la suite (v_n) définie par $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.
   - a. Calculer les quatre premiers termes de la suite (v_n).
   - b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
   - c. Exprimer v_n en fonction de n.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 2 :

EXERCICE 244

On se propose de trouver une suite réelle (u_n) vérifiant :

$$u_0 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{-7u_n - 8}{2u_n + 1}$$

1. On suppose que la suite (u_n) existe.
   - a. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \neq -2$.
   - b. Démontrer que la suite (v_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2}$ est une suite arithmétique.
   - c. Exprimer (v_n) puis (u_n) en fonction de n.